ASOCIACIÓN ESPAÑOLA DE EGIPTOLOGÍA

CURSO DE EGIPTOLOGÍA 2016-2017
CREENCIAS Y SABIDURÍA EN EL ANTIGUO EGIPTO

18

Los conocimientos matemáticos en el Antiguo Egipto

Alfonso Martínez

Madrid, 10 de marzo de 2017

LOS CONOCIMIENTOS MATEMATICOS EN EL ANTIGUO EGIPTO

Alfonso Martínez Ortega

Primeras notaciones numéricas

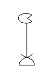
En el cementerio Umm el-Qaab en Abidos, más concretamente en la **tumba U-j,** se encontraron los primeros ejemplos de escritura jeroglífica y unas 200 etiquetas (de hueso, marfil, piedra..) entre 1,5 y 2 cm con dibujos de animales u otros símbolos, que parecen ser numerales y que podrían considerarse el primer idioma jeroglífico. Datadas con C-14 entre los años 3000 y 3100 a.C.

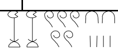
Fuentes matemáticas

- ✓ Papiro matemático de Rhind (PMR)
- ✓ Papiro matemático de Moscú (PMM)
- ✓ Rollo matemático de cuero de Londres (EMRL)
- ✓ Papiro matemático de Berlín (PMB)
- ✓ Papiro Reisner I
- ✓ Papiros de Kahun (PK)
- ✓ Tablillas de madera de Akhmîn

Los dos primeros son los más conocidos e importantes. Estos papiros contienen una serie de problemas y su resolución. Concretamente, el de Moscú plantea 25 problemas y el de Rhind 87. En ellos hay una gran variedad de temas matemáticos: repartos proporcionales, ecuaciones lineales, progresiones aritméticas y geométricas, cálculos de áreas y volúmenes, pesos, etc., lo que hace pensar que estos documentos fueron escritos con intención pedagógica.

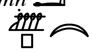
No se han encontrado demostraciones de sus métodos. Hay comprobaciones, pero no demostraciones. Tampoco sabemos como deducían sus fórmulas, aunque en alguno de los casos podamos intuirlo. Los antiguos egipcios utilizaban el sistema decimal para la numeración.

Número	1	10	100	1.000	10.000	100.000	1.000.000
Jeroglífico							

Por ejemplo, el número 2.524, los antiguos escribas lo representarían así: 

Unidades de longitud

Tienen relación con las medidas corporales. Por ejemplo, el codo era distancia desde el codo hasta la punta de los dedos. Para medidas muy largas se utilizaba el Iteru (Río) que equivalía a unos 10,5 Km.

1 Codo Real (52,3 cm) = 7 Palmos = 28 Dedos 1 Codo corto = 6 Palmos = 24 Dedos 1 Remen= 5 Palmos = 20 Dedos	Codo *mh*  Palmo *šsp*  Dedo *ḏbʿ* 
1 Palmo = 4 Dedos	
1 Jet = 100 Codos Reales	

Unidades de superficie

La unidad fundamental era el Setat, equivalente a un cuadrado de un Jet de lado. Los griegos lo llamaron arura. Fue muy utilizado para medir la superficie de terrenos.

1 Setat = 1 Jet cuadrado = 10000 Codos cuadrados 1 Codo de tierra = 1 Jet x 1 Codo = 100 codos cuadrados

Unidades de capacidad

Tenían su interés fundamentalmente para el almacenamiento de grano o la medida de líquidos. La unidad fundamental era el Char (48 L) y sus submultiplos (Heqat, Hin, ...)

1 Codo cubico = 3/2 Char 1 Char = 10 Heqat	**Heqat** ***hk3t*** 
1 Heqat = 10 Hin 1 Heqat cuádruple = 4 Heqat = 40 Hin 1 Ro = 1/320 Heqat	**Char** ***ẖ3r*** 

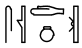
Unidades de peso

Las unidades de peso se utilizaban para hacer transacciones aplazadas, ya que en el Antiguo Egipto no se utilizó la moneda hasta época muy tardía. No obstante, las transacciones económicas entre particulares se hacían en modo de trueques.

La unidad de peso utilizada para estas operaciones era el Deben, que normalmente era de cobre, plata u oro.

1 Deben de cobre = 91 g
1 Deben = 10 Kite 1 Kite de plata = 10 Deben de cobre

Pendientes

Para el cálculo de pendientes, especialmente en las pirámides, se utilizaba el **Seked,**  que es el número de palmos horizontales que corresponden a 1 codo de altura.

Las operaciones básicas

Las sumas y restas las realizaban de una forma similar a la que se hace con un ábaco. Sumar consistía en una simple escritura numérica en serie, añadían los símbolos correspondientes de los números y cuando había una cantidad de símbolos igual a la de un número de rango superior, los eliminaban y colocaban el símbolo correspondiente de dicho número. Para las restas eliminaban las cifras a restar.

Respecto a las multiplicaciones y las divisiones, se basaban en sumas, las realizaban duplicando números cuyos resultados luego sumaban parcialmente para obtener el producto correspondiente. Por ejemplo, para multiplicar 23 por 45, duplicaban el valor 45 y el valor obtenido lo volvían a duplicar de nuevo y así sucesivamente las veces necesarias. Después, señalaban en la columna de la izquierda los números cuya suma es 23 y en la columna de la derecha sumaban las cifras correspondientes para obtener el resultado:

	1 *	45 *
	2 *	90 *
	4 *	180 *
	8	360
	16 *	720 *
Total	**23**	**1035**

Para el caso de la división, el proceso era similar a la multiplicación, pero a la inversa.

Los números fraccionarios

El caso de los números fraccionarios era bastante peculiar, pues debido a los métodos con que operaban, solo utilizaban fracciones de numerador igual a la unidad, es decir fracciones del tipo 1/2, 1/3, 1/5 o 1/34, pero nunca del tipo 4/5, 6/8 o 7/45, con excepción de las fracciones 2/3 y 3/4. Por tanto, todas las fracciones con numerador distinto de uno se reducían a sumas de fracciones unitarias, de numerador unidad.

En jeroglífico, los números fraccionarios se representaban colocando el signo del numero y encima el signo de la boca abierta correspondiente al signo D21 según la clasificación de Gardiner.

La Tabla del Recto del PMR

En esta tabla se expresan en forma de sumas de fracciones unitarias, todas las fracciones de numerador 2 y denominador impar comprendidos entre 3 y 101. Es decir fracciones del tipo 2/x, donde x es un número impar.

Tabla del Recto del Papiro de Rhind

Divisor x	Fracciones unitarias		Divisor x	Fracciones unitarias		Divisor x	Fracciones unitarias		Divisor x	Fracciones unitarias
3	2,6 (2/3)		29	24,58,174,232		55	30,330		81	54,162
5	3,15		31	20,124,155		57	38,114		83	60,332,415,498
7	4,28		33	22,66		59	36,236,531		85	51,255
9	6,18		35	30,42		61	40,244,488,610		87	58,174
11	6,66		37	24,111,296		63	42,126		89	60,356,534,890
13	8,52,104		39	26,78		65	39,195		91	70,130
15	10,30		41	24,246,328		67	40,335,536		93	62,186
17	12,51,68		43	42,86,129,301		69	46,138		95	60,380,570
19	12,76,114		45	30,90		71	40,568,710		97	56,679,776
21	14,42		47	30,141,470		73	60,219,292,365		99	66,198
23	12,276		49	28,196		75	50,150		101	101,202,303,606
25	15,75		51	34,102		77	44,308			
27	18,54		53	30,318,795		79	60,237,316,790			

NOTA: Se han representado solo los denominadores. Por ejemplo, en la tercera fila, x=7, y por tanto, 2/7=1/4+1/28

No tenemos claro cómo fue elaborada esta tabla, pero si hay varias ideas y métodos posibles, aunque algunos casos son difíciles de explicar, en especial cuando x es un número primo. El mérito de la tabla, es que la suma de recíprocos que aparece es la más simple y acertada entre la enorme cantidad de posibilidades en que se puede descomponer cada una de las fracciones del tipo 2/x.

Sistemas de ecuaciones y ecuaciones de segundo grado

El ejemplo más notable, es el problema 1 del PMB, donde se resuelve un sistema de 2 ecuaciones, una de ellas de segundo grado.

Calculo de áreas de triángulos, rectángulos, trapecios y trapezoides

Se realizaba de manera similar a la actual. En algunos casos el cálculo es aproximado, como en los trapezoides. Destacan los problemas 49, 50, 51 y 52 del PMR y 4, 6 y 7 del PMM.

Calculo de volúmenes

Reglas para el cálculo de volúmenes de:

- ✓ Cubos
- ✓ Ortoedros
- ✓ Pirámides
- ✓ cilindros
- ✓ Figuras sencillas
- ✓ Figuras más complicadas, como un tronco de pirámide.

Volumen de una pirámide

El volumen de la pirámide era calculado igual que hacemos hoy en día: 1/3 de la superficie de la base por la altura. Hay varias ideas, pero, no tenemos la certeza de cómo llegaron a esta conclusión.

Volumen del cilindro

El volumen lo calculaban igual que actualmente, área del circulo de la base por la altura. Tenía su interés por que durante el Imperio Antiguo hay básicamente dos formas de almacenamiento del grano: La más importante es el silo, un cilindro terminado en una pequeña cúpula. La segunda forma de almacenamiento consistía en una serie de silos unidos (de tres a veinte) cubiertos todos ellos con bóvedas planas.

Ejercicio 14 del PMM y el volumen de un tronco de pirámide

Se pide calcular el volumen de un tronco de pirámide cuadrangular. El desarrollo del problema es idéntico a la fórmula matemática que hoy día se utiliza, aunque esta fórmula no aparece en el papiro. Es una prueba tajante de que conocían el volumen del tronco de pirámide, que no ha mejorado en 4000 años. Los primeros intentos de averiguar cómo los egipcios pudieron haber establecido el equivalente de la fórmula para encontrar el volumen de una pirámide truncada fueron hechos por Gunn y Peet en 1927. No obstante, hoy en día no está claro que método usaron para conseguirlo.

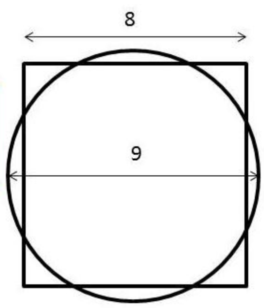
El número π y el área del círculo

El área de un círculo actualmente la calculamos a través del número π, que es la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro. El área es el producto de π por el radio al cuadrado.

El método egipcio era:

1) Cálculo de 1/9 del diámetro
2) Restar al diámetro el resultado anterior
3) Elevarlo al cuadrado

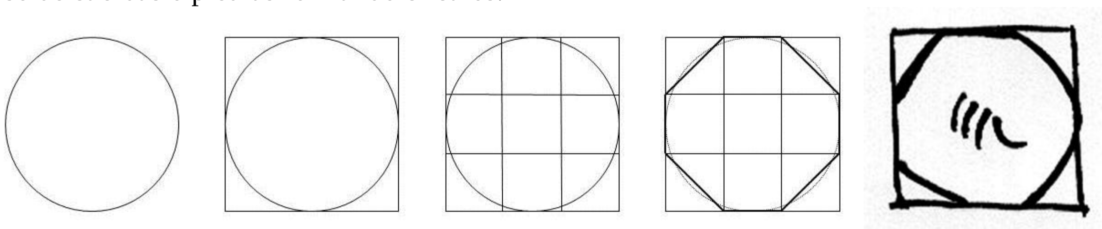
$$\pi \approx \frac{256}{81} = 3{,}1604$$



$A_{Circulo} \approx A_{Cuadrado}$

Este método supone considerar que π vale 3,16 … una aproximación muy buena, la mejor de la antigüedad. Este método supone considerar que un cuadrado de lado 8 tiene la misma área que un círculo de diámetro 9.

Los antiguos escribas egipcios no podían conocer el número π como tal, pues no conocían los números decimales. Conocer el número π, supone saber que la relación entre el perímetro de una circunferencia y su diámetro es constante. No sabemos si eran conscientes de esto, pero aunque lo fueran, posiblemente lo obviaban. No era útil para sus cálculos. No sabemos cómo consiguieron esa aproximación, pero hay varias ideas con interesantes métodos que podrían explicarlo. Vogel presentó una idea bastante interesante en 1929. Otra idea es de Engels en 1977, y otras teorías se basan en el uso de cuerdas o piedras formando círculos.



La idea de Vogel consideraba que el octógono y el círculo tienen aproximadamente la misma área. El área del octógono era sencilla de averiguar, sumando las áreas de los cuadraditos. El resultado es muy parecido al egipcio. El error es del 0,6% con respecto al valor real, el mismo que en el caso egipcio. Como apoyo a esta hipótesis, está el dibujo del PMR 48

Problema 10 del PMM: Área de la semiesfera (¿o semicilindro?)

Se trata del cálculo del área de un cesto nbt, pero no sabemos su forma, no hay ilustraciones como en otros problemas. En la línea 6 aclara que el nbt es la mitad de algo, pero al estar el papiro dañado tampoco sabemos de qué se trata. Struve, en su labor reconstructiva, lo ha interpretado como "cascara de huevo", con lo cual interpreta que se trata de una semiesfera. Pero Peet, cree que Struve está equivocado y se trata del área de un semicilindro. El caso es que el resultado obtenido es el mismo para ambos casos. Una de las cosas más interesantes es que analizando la forma de la resolución del escriba, el resultado es el mismo que si lo calculamos con nuestras formulas actuales y utilizamos para π el valor de 3,16 … la misma aproximación que en el caso del círculo. Aunque se llega al cálculo del área, se desconoce cómo llegaron a deducir este método de cálculo totalmente distinto al actual.

Referencias

- ABDULAZIZ, A., 2008. "On the Egyptian method of decomposing 2/n into unit fractions". *Historia Mathematica 35, pp. 1-18*
- CHACE, A.B., 1927. *The Rhind Mathematical Papyrus.* Mathematical Association of America Oberlin, Ohio, U.S.A.
- COOPER, L., 2011. "Did Egyptian scribes have an algorithmic means for determining the circumference of a circle". *Historia Mathematica 38, pp. 455-484*
- COOPER, L., 2010. "A new interpretation of Problem 10 of the Moscow Mathematical Papyrus". *Historia Mathematica 37, pp. 11-27*
- CHEMLA, K., 2012. "The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam. A sourcebook". *Historia Mathematica 39, pp. 324-334*
- COUCHOUD, S., 1993. *Mathematiques egiptiennes. Recherches sur les conneissannces mathematiques del Egypte pharaonique.* Paris: Editions Le Léopard d`Or.
- ENGELS, H., 1977. "Quadrature of the circle in ancient Egypt". *Historia Mathematica 4, pp. 137-140*
- GAIRÍN, J.M., 1999. "Los enigmáticos cálculos del escriba Ahmes". *SUMA 31, Junio 1999, pp. 55-66.*
- GERDES, P., 1985. "Three alternate methods of obtaining the ancient egyptian formula for the area of a circle". *Historia Mathematica 12, pp. 261-268*
- GILLINGS, R., 1972. *Mathematics in the time of the pharohs.* New York. Dover Publications, Inc.
- GILLINGS, R., 1978. "Response to: Some comments R.J. Gillings' analysis of the 2/n table in the Rhind papyrus" *Historia Mathematica, Nº 2, Mayo 1978, pp 221-227.*
- GERVAN, H., 2015: "La práctica matemática en el Antiguo Egipto. Una relectura del Problema 10 del Papiro Matemático de Moscú*". Anuario de la Escuela de Historia Virtual – Ano 6 – N° 7 – 2015: pp. 1-17.*
- HERZ-FISCHLER, R., 2000. *The shape of the great pyramid.* Wilfrid Laurier University Press.
- IMHAUSEM, A., 2016. *Mathematics in ancient Egypt. A contextual history.* Princeton University Press.
- KNORR, W., 1982. "Techniques of fractions in ancient Egypt and Greece". *Historia Mathematica 9, pp. 133-171.*
- LAUER, J.P., 1977. "Le triangle sacré dans les plans des monuments de l'Ancien Empire. Aux monuments de Khéphren à Guizeh" *BIFAO* 77.
- MARTÍNEZ, A., 2001. "El diseño de las pirámides basadas en el triángulo sagrado egipcio". *Boletín de la Asociación Española de Egiptología, BAEDE Nº 11.*
- MARTÍNEZ, A., 2008. "La forma de las pirámides egipcias: el seked y la inclinación de las caras". *Boletín de la Asociación Española de Egiptología, BAEDE Nº 18, pp. 137-160.*

- MARTÍNEZ, A., 2014. “Análisis de la metodología de los antiguos egipcios para el cálculo del área de un círculo, su relación con el número π y su presencia en algunas pirámides”. *Boletín de la Asociación Española de Egiptología, BAEDE Nº 22, pp. 175-197.*
- MARTÍNEZ, A., 2005. “Las matemáticas egipcias y la tabla del recto”. *Revista de Arqueología, nº 287, pp. 44-51.*
- MAZA, C., 2016. *Matemáticas en el Antiguo Egipto.* Servicio de Publicaciones de la Universidad de Sevilla.
- MAZA, C., 2000. *Las Matemáticas de la Antigüedad y su contexto histórico.* Servicio de Publicaciones de la Universidad de Sevilla.
- MELVILLE, D.J., 2004. “Poles and walls in Mesopotamia and Egypt”. *Historia Mathematica 31, pp. 148-162*
- MIATELLO, L., 2008. “The difference 5 1/2 in a problem of rations from the Rhind mathematical papyrus”. *Historia Mathematica 35, pp. 277-284*
- MONNIER, J.-P. Petit & Chr. Tardy, 2016.‘The use of the “ceremonial” cubit rod as a measuring tool. An explanation’, *JAEA 1, 2016, pp. 1-9*.
- POSAMENTIER, A., LEHMANN, I., 2006. *La proporción trascendental. Historia de π, el número más misterioso del mundo*. Editorial Ariel.
- ROBINS, G., 1985. “Mathematical Bases of Ancient Egyptian Architecture and Graphic Art”. *Historia Mathematica 12, pp. 107-122*
- ROBINS, G., SHUTE, C., 1987. *The Rhind Mathematical Papyrus: An ancient Egyptian text* . British Museum Press.
- ROSSI, C., TOUT, C.A., 2002. “Were the Fibonacci Series and the Golden Section Known in Ancient Egypt?”. *Historia Mathematica 29, pp. 101-113*
- ROSSI, C., 2003. *Architecture and mathematics in ancient Egypt*. Cambridge University Press.
- SANCHEZ, A., 2000. *Astronomía y matemáticas en el Antiguo Egipto*. Alderaban.
- YOUNG De, G., 2009. “Diagrams in ancient Egyptian geometry. Survey and assessment”. *Historia Mathematica 36, pp. 321-373.*